

# Engenharia de emissores quânticos pela presença de materiais bidimensionais: acoplamento com modos de superfície

Leonardo A. Lugarini<sup>1</sup>, Ana B. M. dos Santos<sup>1</sup>, Victor G. M. Duarte<sup>1</sup>, Denys Derlian C. Brito<sup>1</sup> e André J. C. Chaves<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos/São Paulo — Brasil

**Abstract**— Emissores quânticos, sistemas capazes de emitir um fóton por ciclo, são uma das peças fundamentais para estabelecer comunicação quântica, que possui grande potencialidade em melhorar a criptografia e tornar a transmissão de informação pelo espaço livre mais seguro. A taxa de informação transmitida no emissor quântico depende do tempo médio para ocorrer a emissão espontânea, sendo uma das principais figuras de mérito em fontes de fótons únicos. É possível alterar a taxa de emissão de fótons utilizando o efeito Purcell. Nesse trabalho, exploramos que a presença de plásmon-polárítions de superfície consegue aumentar a taxa de emissão de fótons e estudamos o efeito da presença de uma folha de grafeno. Por fim, apresentamos perspectivas para trabalhos futuros.

**Keywords**— Cibersegurança, Tecnologias Quânticas, Comunicação Quântica.

## I. INTRODUÇÃO

A comunicação quântica consiste na transmissão de informação por meio de qubits [1], que pode ser realizada via fibra óptica ou por espaço livre [2] incluindo satélites [3]. Uma das primeiras aplicações práticas de comunicação quântica é na distribuição de chaves quânticas (QKD), uma das tecnologias quânticas mais maduras [4]. O teorema de não-clonagem permite desenvolver protocolos de QKD, como, por exemplo, o BB84 [5], que garantem com um alto grau de confiança de que o canal não está sujeito à escuta de um agente malicioso [6]. Uma das principais motivações para o desenvolvimento da criptografia quântica é o risco que o avanço da computação quântica tem sobre a maioria dos métodos de criptografia atuais [7]. Por exemplo, o uso de informação é fundamental para se conseguir superioridade no campo de batalha, sendo vital, portanto, a sua segurança. Nesse sentido, a criptografia quântica pode permitir a transmissão de chaves via espaço livre de forma segura [8].

Fonte de fótons únicos corresponde ao ingrediente inicial para estabelecer redes de comunicação quântica [9], [10]. Por exemplo, há protocolos de criptografia quântica que dependem de apenas um único fóton propagando pelo canal de comunicação, como o BB84 [11]. Mesmo em protocolos que dependem de emaranhamento, como o E91 [12], pode ser utilizado métodos de criação de pares emaranhados a partir de fótons únicos [13]. Além de comunicação quântica, fontes de fótons únicos podem ser aplicados em detecção de bioluminescência, sequenciamento de DNA, sensoriamento

remoto, tomografia óptica difusa, etc. [14]. A realização física de fontes de fótons únicos se dá por meio de emissores quânticos [15]. Como exemplo de emissores quânticos, temos pontos quânticos semicondutores, moléculas fluorescentes, defeitos em materiais bidimensionais, centro de vacância de nitrogênio em diamante, etc.

Uma forma de aumentar a taxa de emissão de fótons é através do acoplamento com os plásmon-polárítions de superfície, modos hibridizados de campo eletromagnético e matéria (plásmons), que acontecem na interface entre um meio dielétrico e condutor [16] ou em materiais bidimensionais [17].

Os materiais bidimensionais são atualmente um campo de pesquisa de grande interesse tanto nacional quanto internacional. Eles se enquadram na categoria de materiais avançados estratégicos e apresentam um potencial significativo para impulsionar a criação de novos produtos e processos inovadores de alto valor tecnológico e econômico, conforme estabelecido pela Portaria do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI) n.º 4.964 e pelo Decreto n.º 10.746. Entre os materiais bidimensionais, destacamos o grafeno, uma única folha de átomos de carbono arranjados em uma estrutura tipo favo de mel [18]; o nitreto de Boro hexagonal, o qual é um isolante [19]; os dicalcogenetos de metais de transição, que são semicondutores [20]; e o fósforo negro, semicondutor com propriedades anisotrópicas [21].

Nesse escopo, o grafeno, quando dopado, possui a capacidade de suportar os modos de plásmon-polárítions de superfície altamente confinados em sua superfície. Já foi demonstrado que plásmon-polárítions de superfície em materiais bidimensionais, como grafeno, podem aumentar a taxa de decaimento de emissores quânticos [22].

Nesse trabalho, apresentamos resultados para a taxa de emissão de fótons de um emissor quântico (tratado como um sistema de dois níveis) que se acopla ao campo elétrico através do termo de dipolo imerso em uma cavidade que contém heteroestruturas de materiais 2D. No caso, o acoplamento com plásmon-polárítions em grafeno aumenta em até 5 ordens de grandeza a taxa de emissão de fótons únicos. Começamos na seção II introduzindo brevemente os modos de plásmon-polárítions no grafeno. Depois, na seção III, mostramos a metodologia para o cálculo do Efeito Purcell em sistemas com periodicidade unidimensional. Na seção IV mostramos os resultados para a emissão espontânea em uma folha de grafeno e na seção V temos a conclusão e perspectivas.

## II. PLÁSMON-POLÁRITONS EM GRAFENO

Os plásmos são excitações coletivas do líquido eletrônico em um material [23]. Quando há um desvio da densidade de carga a partir do estado de equilíbrio, surge uma força restaurativa que visa trazer o sistema de volta ao equilíbrio. De forma análoga ao caso do oscilador harmônico, podemos caracterizar essa força por uma frequência característica  $\omega_p$ , a frequência de plásmom, que irá depender das propriedades do material em questão. Em ressonância com essa frequência, as excitações são autossustentáveis, caracterizando o modo coletivo plasmônico. Sob as devidas condições, a componente do campo elétrico da luz pode excitar esse modo coletivo, formando os modos de plásmom-polártons de superfície [16].

Como consequência das condições de contorno na interface entre dois meios para as componentes do campo eletromagnético, temos que, no caso de uma folha plana de grafeno de condutividade bidimensional  $\sigma(\omega)$ , onde  $\omega$  é a frequência do campo eletromagnético, que está posicionada entre dois dielétricos cujas constantes são  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , modos de plásmom-polártons de superfície tipo TM (*Transverse Magnetic*) no grafeno serão solução de [17]:

$$\frac{\epsilon_1}{\kappa_1} + \frac{\epsilon_2}{\kappa_2} + i \frac{\sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega} = 0, \quad (1)$$

onde

$$\kappa_i = \sqrt{q^2 - \epsilon_i k_0^2}, \quad (2)$$

$k_0 = \omega/c$  é o comprimento de onda da luz no vácuo,  $c$  a velocidade da luz,  $\epsilon_0$  a permissividade elétrica do vácuo,  $q$  o número de onda ao longo do plano de propagação do plásmom-polárton, paralelo à superfície do grafeno. Como  $\kappa_i$  precisa ter parte real positiva, em meios dielétricos com  $\epsilon_i > 0$ , essa equação só terá solução quando  $\text{Re}\{\sigma(\omega)\} > 0$ .

A condutividade óptica do grafeno, para frequências no tera-hertz, pode ser aproximada pelo termo de Drude, correspondente às transições intra-bandas, sendo dada por:

$$\sigma(\omega) = \frac{4e^2}{\pi} \frac{E_F}{\hbar\omega + i\Gamma}, \quad (3)$$

onde  $E_F$  é a energia de Fermi, tipicamente da ordem de centenas de meV,  $e$  é a carga fundamental do elétron,  $\hbar$  a constante de Planck reduzida, e  $\Gamma/\hbar$  a taxa de relaxamento. Mostramos na Fig. (1) a condutividade óptica do grafeno para uma energia de Fermi de 0.3 eV, onde foi utilizado a fórmula de Mermin [24], incluindo termos inter-banda, quanto apenas o termo de Drude (3), mostrando excelente concordância para as frequências mais baixas.

Podemos observar na Fig. 1 que a região de mais baixa frequência do gráfico suporta modos de plásmom-polártons de superfície. Na condição de que  $q \gg k_0$ , a equação (1) possui simples solução analítica [25]:

$$\omega = \sqrt{\alpha \frac{E_F}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \frac{c}{\hbar} q - i \frac{\Gamma}{\hbar}}, \quad (4)$$

onde  $\alpha \approx 1/137$  é a constante de estrutura fina, ou seja, a frequência cresce proporcionalmente à raiz do número de onda. Isso implica que os plásmom-polártons no grafeno tem o potencial possuem pequenos comprimentos de onda.

Na Fig. (2), mostramos a relação de dispersão para o grafeno considerando tanto a aproximação 4 quanto a solução

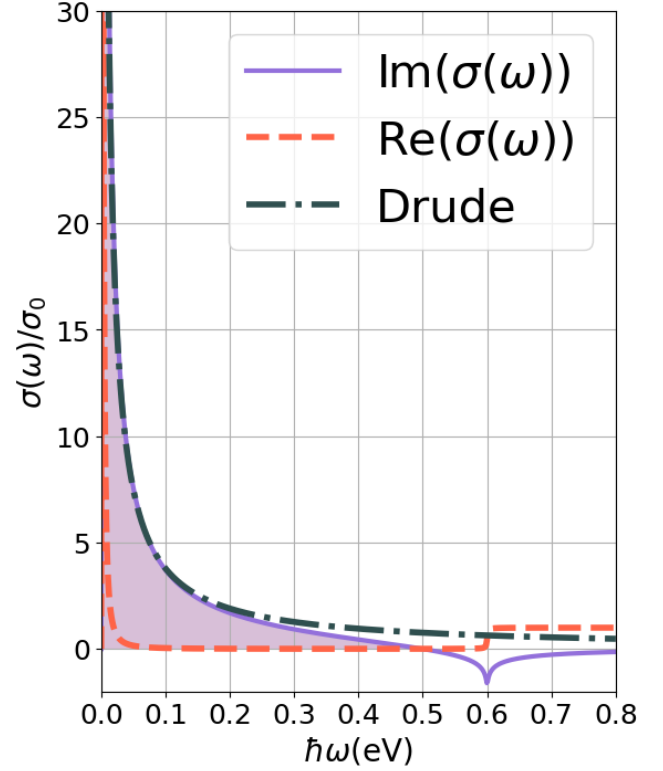


Fig. 1. Condutividade óptica de uma monocamada de grafeno, com  $E_F = 0.3e$ ,  $\Gamma = 1\text{meV}$  e  $\sigma_0 = e^2/(4\hbar)$ . A região sombreada determina a faixa de frequência capaz de suportar modos TM de plásmom-polártons.

exata da Eq. (1) para uma folha de grafeno suspensa no ar,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ . Vemos uma boa concordância entre as duas expressões para as frequências mais baixas.

## III. TAXA DE DECAIMENTO DE EMISSORES QUÂNTICOS

Um emissor quântico pode ser tratado como um dipolo elétrico [15], caracterizado pelo momento de dipolo  $\mu = (\mu_x, \mu_y, \mu_z)$ . Nesse caso, utilizando o método da função de Green diádica, é possível mostrar que o aumento da taxa de emissão espontânea, o chamado fator de Purcell  $\frac{P}{P_0}$ , para um dipolo a uma distância  $z_0$  de uma interface, é dada pela expressão [15]:

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3(\mu_z^2)}{2|\mu|^2} \int_0^\infty ds \text{Re} \left( \frac{s^3}{s_z} r^p e^{2ik_1 z_0 s_z} \right) + \frac{3(\mu_x^2 + \mu_y^2)}{4|\mu|^2} \int_0^\infty ds \text{Re} \left( \frac{s}{s_z} (r^s - r^p s_z^2) e^{2ik_1 z_0 s_z} \right), \quad (5)$$

onde  $s_z = \sqrt{1 - s^2}$ ,  $r_p$  e  $r_s$  são os coeficientes de Fresnel para polarização tipo p e tipo s respectivamente, calculados para o número de onda  $sk_1$ , e  $k_1$  o número de onda do meio onde se encontra o dipolo. Nessa expressão,  $P_0$  é a potência emitida por um dipolo oscilante a uma frequência  $\omega$  no vácuo, e  $P$  no meio laminar em questão. É possível mostrar que a razão  $P/P_0$  é equivalente à razão  $\gamma/\gamma_0$ , onde  $\gamma_0$  é a taxa de emissão espontânea de fótons por um emissor quântico no vácuo, e  $\gamma$  no meio material em questão [15].

### A. Método da matriz de transferência

Para o cálculo dos coeficientes de Fresnel  $r_s$  e  $r_p$ , utilizamos o método da matriz de transferência [26] para sistemas

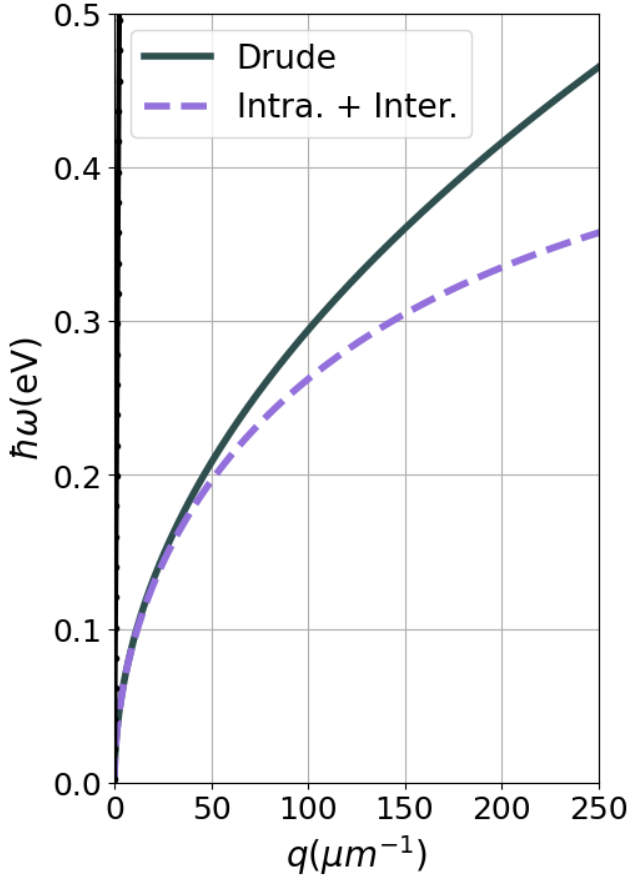


Fig. 2. Relação de dispersão para plásmen-polarítens de superfície no grafeno de uma monocamada de grafeno, com  $E_F = 0.3$  eV,  $\Gamma = 1$ meV,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ . A linha preta quase vertical corresponde a relação de dispersão para uma onda eletromagnética propagante no vácuo, i.e.,  $\omega = cq$ , o que mostra que plásmen-polarítens se propagam com reduzido comprimento de onda.

lineares e não homogêneos em apenas uma das direções. Nesse método, decompos as ondas propagantes no sentido positivo e negativo do eixo não homogêneo.

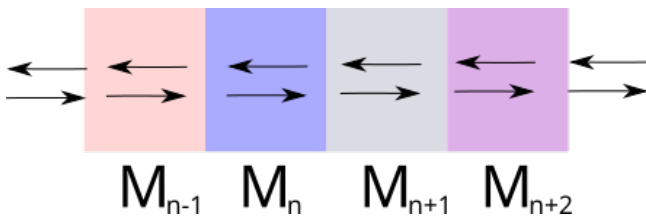


Fig. 3. Representação esquemática do método da matriz de transferência. As setas simbolizam componentes dos campos propagantes no sentido positivo e negativo do eixo em questão, e cada bloco  $n$ , composto por materiais distintos, é representado por uma matriz de transferência  $M_n$ .

Considerando um sistema contínuo por partes, conforme a figura 3 mostra, construímos a matriz de transferência  $M_n$  para cada bloco rotulado por  $n$ , conforme a relação:

$$\begin{pmatrix} \psi^+(x_{n+1}) \\ \psi^-(x_{n+1}) \end{pmatrix} = M_n \begin{pmatrix} \psi^+(x_n) \\ \psi^-(x_n) \end{pmatrix} \quad (6)$$

onde  $\psi^\pm(x)$  simboliza a componente elétrica ou magnética da onda propagante, que dependerá se polarização s ou p, e o supraescrito  $\pm$  o sentido da propagação. As coordenadas  $x_n$  e  $x_{n+1}$  marcam o início e o fim de cada bloco, caracterizado por uma dada função dielétrica  $\epsilon_n$ , podendo também ter a presença

de um material bidimensional na interface com condutividade  $\sigma_n$ .

A partir da matriz de transferência de cada bloco, a matriz de transferência total  $M_T$  é obtida pelo produto de todas as matrizes. Com isso, podemos obter os coeficientes de Fresnel a partir dos elementos de matriz de  $M_T$ . A vantagem do método da matriz de transferência é que permite o estudo de composição arbitrária de uma for mais simples.

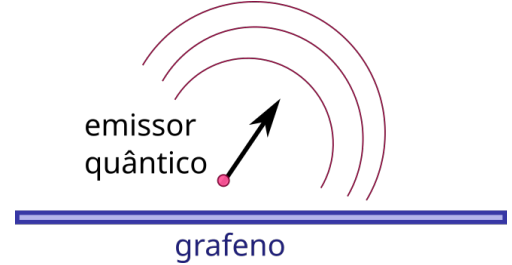


Fig. 4. Representação esquemática de um emissor quântico próximo a uma folha de grafeno.

#### IV. RESULTADOS

Consideramos a disposição do emissor quântico conforme mostrado na Fig. 4, representado como um dipolo elétrico de momento  $\mu$ . A presença do material bidimensional, grafeno, irá fazer com que as flutuações do vácuo do campo eletromagnético alteram a emissão espontânea conforme descrito pela Eq. (5). Nessa seção, consideramos o dipolo perpendicular à folha de grafeno, i.e.,  $\mu = (0, 0, \mu_z)$ .

Na Fig. 5, mostramos o fator de Purcell  $P/P_0$  como função da frequência do emissor quântico  $\omega$  para diferentes distâncias  $z_0$ . É possível observar que há um valor de máximo que depende da distância. O efeito Purcell decai conforme a distância e/ou a frequência aumenta. Porém, permanece em valores extremamente elevados em toda a gama de frequências e distâncias consideradas.

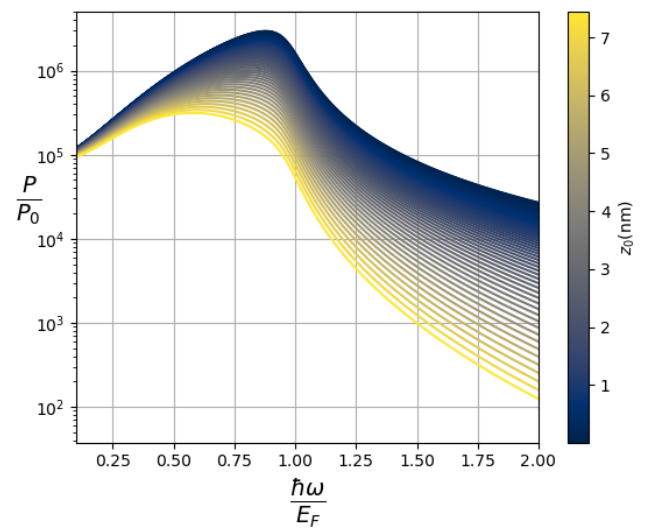


Fig. 5. Fator de Purcell,  $P/P_0$ , como função da frequência do emissor quântico  $\omega$  para diferentes distâncias à folha de grafeno  $z_0$ . É possível notar que há um pico de emissão próximo de  $\hbar\omega \approx E_F$ .

Para explorar mais a dependência em relação à distância, mostramos na Fig. 6 como o valor de máximo fator de

Purcell em função da frequência  $\omega_m$  depende da distância  $z_0$ , onde mostramos que há uma diminuição em uma ordem de magnitude quando o emissor deixa de estar localizado exatamente acima da folha de grafeno e colocado a uma distância de 20 nm.

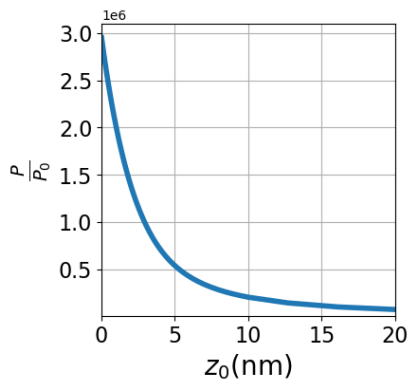


Fig. 6. Máximo fator de Purcell,  $P/P_0$ , como função da distância do emissor quântico em relação à folha de grafeno.

Por fim, apresentamos a frequência do emissor quântico onde ocorre o máximo do fator de Purcell. Essa frequência diminui conforme a distância à folha de grafeno aumenta. Essa informação pode ser utilizada para, dado um emissor quântico, se determinar a distância ótima para a sua emissão e/ou, qual o nível de dopagem, expressado pela energia de Fermi, no grafeno, precisa ser escolhido.

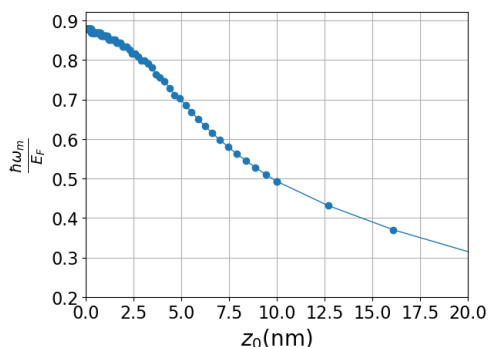


Fig. 7. Frequência onde se observa o máximo de fator de Purcell em função da distância do emissor quântico à folha de grafeno.

O aumento do fator de Purcell observado é devido ao grafeno suportar modos de plásmon-polárítions, conforme mostramos na Fig. 2. O acoplamento do emissor quântico com o grafeno é o responsável pelo comportamento discutido nessa seção.

## V. CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, exploramos o efeito Purcell no aumento da taxa de emissão de fótons em emissores quânticos acoplados a plásmon-polárítions de superfície em grafeno. Verificamos que a presença desses modos hibridizados de campo e matéria aumenta significativamente a taxa de emissão de fótons em até cinco ordens de grandeza.

As análises realizadas demonstram a grande promessa do uso de materiais bidimensionais, como o grafeno, para melhorar a eficiência e desempenho das fontes de fótons únicos, fun-

damentais para aplicações em comunicação quântica e diversas outras tecnologias, como detecção de bioluminescência, sequenciamento de DNA, sensoriamento remoto e tomografia óptica difusa, entre outras.

Como perspectiva para trabalhos futuros, cogitamos estudar o acoplamento de emissores quânticos com modos de superfície anisotrópicos, como fônons-polárítions em hBN, plásmon-polárítions e éxcitons-polárítions em fosforeno. Além disso, será analisado o efeito da presença de uma cavidade óptica na taxa de emissão de fótons, bem como o acoplamento com modos de Tamm-polárítions na interface entre um metal e um cristal fotônico.

A utilização dos efeitos quânticos de plásmon-polárítions em grafeno e outros materiais bidimensionais mostra-se altamente promissora para viabilizar diversas tecnologias quânticas inovadoras, o que pode ter um impacto significativo no desenvolvimento de futuras aplicações em áreas como cibersegurança, comunicação quântica e outras tecnologias emergentes. O avanço nesse campo de pesquisa é crucial para impulsionar a criação de novos produtos e processos inovadores de alto valor tecnológico e econômico, contribuindo para o progresso da ciência e da tecnologia.

## REFERÊNCIAS

- [1] N. Gisin and R. Thew, "Quantum communication," *Nature photonics*, vol. 1, no. 3, pp. 165–171, 2007.
- [2] C. Simon, "Towards a global quantum network," *Nature Photonics*, vol. 11, no. 11, pp. 678–680, Nov 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1038/s41566-017-0032-0>
- [3] J. Yin, Y. Cao, Y.-H. Li, S.-K. Liao, L. Zhang, J.-G. Ren, W.-Q. Cai, W.-Y. Liu, B. Li, H. Dai, G.-B. Li, Q.-M. Lu, Y.-H. Gong, Y. Xu, S.-L. Li, F.-Z. Li, Y.-Y. Yin, Z.-Q. Jiang, M. Li, J.-J. Jia, G. Ren, D. He, Y.-L. Zhou, X.-X. Zhang, N. Wang, X. Chang, Z.-C. Zhu, N.-L. Liu, Y.-A. Chen, C.-Y. Lu, R. Shu, C.-Z. Peng, J.-Y. Wang, and J.-W. Pan, "Satellite-based entanglement distribution over 1200 kilometers," *Science*, vol. 356, no. 6343, pp. 1140–1144, 2017. [Online]. Available: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.aan3211>
- [4] H.-K. Lo, M. Curty, and K. Tamaki, "Secure quantum key distribution," *Nature Photonics*, vol. 8, no. 8, pp. 595–604, Aug 2014. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2014.149>
- [5] C. Bennett and G. Brassard, "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing, proc. of ieee int. conf. on comput. sys. and sign. proces.," 1984.
- [6] F. Grosshans and P. Grangier, "Continuous variable quantum cryptography using coherent states," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 057902, Jan 2002. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.057902>
- [7] V. Mavroeidis, K. Vishi, M. D. Zych, and A. Jøsang, "The impact of quantum computing on present cryptography," *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 9, no. 3, 2018. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2018.090354>
- [8] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, "Quantum cryptography," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, pp. 145–195, Mar 2002. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.145>
- [9] Z. Jacob *et al.*, "Broadband purcell effect: Radiative decay engineering with metamaterials," *Applied Physics Letters*, vol. 100, no. 18, p. 181105, 2012.
- [10] D. C. Unitt *et al.*, "Polarization control of quantum dot single-photon sources via a dipole-dependent purcell effect," *Physical Review B*, vol. 72, no. 3, p. 033318, 2005.
- [11] C. H. Bennett and G. Brassard, "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing," *Theoretical Computer Science*, vol. 560, pp. 7–11, 2014.
- [12] A. K. Ekert, "Quantum cryptography based on bell's theorem," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 661–663, Aug 1991. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.661>
- [13] S. Takeuchi, "Recent progress in single-photon and entangled-photon generation and applications," *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 53, no. 3, p. 030101, 2014.
- [14] J. Fan *et al.*, "Single-photon sources and detectors," *Review of Scientific Instruments*, vol. 82, p. 071101, 2011.
- [15] L. Novotny and B. Hecht, *Principles of nano-optics*. Cambridge university press, 2012.

- [16] A. A. Maradudin, J. R. Sambles, and W. L. Barnes, *Modern plasmonics*. Elsevier, 2014.
- [17] P. A. D. Gonçalves and N. M. Peres, *An introduction to graphene plasmonics*. World Scientific, 2016.
- [18] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim, “The electronic properties of graphene,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 81, pp. 109–162, Jan 2009. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.109>
- [19] J. D. Caldwell, I. Aharonovich, G. Cassabois, J. H. Edgar, B. Gil, and D. Basov, “Photonics with hexagonal boron nitride,” *Nature Reviews Materials*, vol. 4, no. 8, pp. 552–567, 2019.
- [20] S. M. et al., “2D Transition Metal Dichalcogenides,” vol. 2, no. 8, pp. 17 033–17 047, jun 2017. [Online]. Available: <https://www.nature.com/articles/natrevmats201733.pdf>
- [21] F. Xia, H. Wang, J. C. Hwang, A. C. Neto, and L. Yang, “Black phosphorus and its isoelectronic materials,” *Nature Reviews Physics*, vol. 1, no. 5, pp. 306–317, 2019.
- [22] B. A. Ferreira, B. Amorim, A. J. Chaves, and N. M. R. Peres, “Quantization of graphene plasmons,” *Phys. Rev. A*, vol. 101, p. 033817, Mar 2020. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.101.033817>
- [23] G. Giuliani and G. Vignale, *Quantum theory of the electron liquid*. Cambridge university press, 2005.
- [24] A. J. C. Chaves, “Photonics of graphene and other two-dimensional materials heterostructures,” Ph.D. dissertation, Universidade do Minho (Portugal), 2018.
- [25] Y. V. Bludov, A. Ferreira, N. M. Peres, and M. I. Vasilevskiy, “A primer on surface plasmon-polaritons in graphene,” *International Journal of Modern Physics B*, vol. 27, no. 10, p. 1341001, 2013.
- [26] P. Markos and C. M. Soukoulis, *Wave propagation: from electrons to photonic crystals and left-handed materials*. Princeton University Press, 2008.